Обращу внимание на определение и свойства логарифма, изучите сначала их и всё будет понятно:

Логарифмы

$\log_a b$ ($a>0$, $a\neq 1$, $b>0$) — логарифм числа b по основанию a.

Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b}=b$.

$\lg b$ — десятичный логарифм (логарифм по основанию 10): $10^{\lg b}=b$.

$\ln b$ — натуральный логарифм (логарифм по основанию e): $e^{\ln b}=b$.

Переход от одного основания к другому:

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

В частности, $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}=\dfrac{\lg b}{\lg a}=\dfrac{\ln b}{\ln a}$, $\ln b=\dfrac{\lg b}{\lg e}=\dfrac{\lg b}{M}$ ($M=\lg e=\dfrac{1}{\ln 10}\approx 0{,}4343$ — модуль перехода от натуральных логарифмов к десятичным).

Свойства логарифмов (u, $v>0$):

$$\log_a a=1,\ \log_a 1=0,\ \log_a(uv)=\log_a u+\log_a v,$$

$$\log_a\frac{1}{v}=-\log_a v,\ \log_a\frac{u}{v}=\log_a u-\log_a v,$$

$$\log_a u^\alpha=\alpha\log_a u,\ \log_a\sqrt[n]{u}=\frac{1}{n}\log_a u,\ n\in\mathbf{N},\ n\neq 1.$$

B15. Решите уравнение $\log_4(x-2)+\log_{\frac{1}{2}}(x-2)=\frac{1}{2}$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Решение: ОДЗ: x-2>0=>x>2

Приведем логарифмы к одному основанию 2 по свойству: $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$$\frac{\log_2(x-2)}{\log_2 4}+\frac{\log_2(x-2)}{\log_2\left(\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\log_2(x-2)}{2}+\frac{\log_2(x-2)}{-1}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\log_2(x-2)-2\log_2(x-2)}{2}=\frac{1}{2}$$

$$-\log_2(x-2)=1$$

$$\log_2(x-2)=-1$$

$$2^{-1}=x-2$$

$$x=2{,}5$$

Ответ: x=2,5

B16. Решите уравнение

$$\log_3(x+2)=(\log_5(x+7))\cdot\log_3(x+2).$$

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Решение: ОДЗ $\begin{cases} x+2>0 \\ x+7>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x>-7 \end{cases} \Rightarrow x>-2$

Группируем:

$$\log_3(x+2)\left[1-\log_5(x+7)\right]=0$$

$$\textit{произведение\_сомножителей\_равно\_нулю\_когда\_хотя\_бы\_один\_из\_них\_равен\_нулю}$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_3(x+2)=0 \\ 1-\log_5(x+7)=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3^0=x+2 \\ 5^1=x+7 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \notin ОДЗ \end{array}\right.$$

Ответ: x=-1

B17. Решите уравнение

$$\log_5(x-4)=(\log_3(x+2))\cdot\log_5(x-4).$$

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Решение: ОДЗ $\begin{cases} x-4>0 \\ x+2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>4 \\ x>-2 \end{cases} \Rightarrow x>4$

Группируем:

$$\log_5(x-4)\left[1-\log_3(x+2)\right]=0$$

$$\textit{произведение\_сомножителей\_равно\_нулю\_когда\_хотя\_бы\_один\_из\_них\_равен\_нулю}$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_3(x-4)=0 \\ 1-\log_3(x+2)=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3^0=x-4 \\ 3^1=x+2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=1 \notin ОДЗ \end{array}\right.$$

Ответ: x=5

B18. Решите уравнение $\log_5 x^2 = 2$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Решение: ОДЗ $x^2>0=\textit{выполнено\_всегда} \Rightarrow x\in(-\infty;+\infty)$

По основному логарифмическому тождеству: $a^{\log_a b}=b$

$$5^2=x^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1=5 \\ x_2=-5 \end{cases} \Rightarrow x_1\cdot x_2=-25$$

Ответ:x=-25

B19. Решите уравнение $\log_2 x^2 = 5$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Решение: ОДЗ $x^2>0=\textit{выполнено\_всегда} \Rightarrow x\in(-\infty;+\infty)$

По основному логарифмическому тождеству: $a^{\log_a b}=b$

$$2^5=x^2 \Leftrightarrow 32=x^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{32} \\ x_2=-\sqrt{32} \end{cases} \Rightarrow x_1\cdot x_2=-32$$

Ответ: x=-32

B20. Решите уравнение $\log_x 16 = 2$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Решение: ОДЗ $x>0$

По основному логарифмическому тождеству: $a^{\log_a b}=b$

$$x^2=16 \Rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=-4 \notin ОДЗ \end{cases}$$

Ответ: x=4

B21. Решите уравнение $\log_{-x} 16 = 2$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Решение: ОДЗ $-x>0 \Rightarrow x<0$

По основному логарифмическому тождеству: $a^{\log_a b} = b$

$$(-x)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \notin ОДЗ \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

Ответ: x=-4

B22. Решите уравнение $\log_{x^2} 16 = 2$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите произведение всех его корней.)

Решение: ОДЗ $x^2 > 0 = выполнено\_всегда \Rightarrow x \in (-\infty;+\infty)$

По основному логарифмическому тождеству: $a^{\log_a b} = b$

$$\left(x^2\right)^2 = 16 \Leftrightarrow x^4 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -4$$

Ответ: -4

B23. Решите уравнение $\log_{x^2} 81 = 2$. (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней.)

Решение: ОДЗ $x^2 > 0 = выполнено\_всегда \Rightarrow x \in (-\infty;+\infty)$

По основному логарифмическому тождеству: $a^{\log_a b} = b$

$$\left(x^2\right)^2 = 81 \Leftrightarrow x^4 = 81 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

Ответ: 0

B24. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\log_2(2x) \le \log_2(x+4).$$

Решение: ОДЗ $\begin{cases} 2x > 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -4 \end{cases} \Rightarrow x > 0$

Потенциируем:

$2^{\log_2(2x)} \le 2^{\log_2(x+4)}$

$2x \le x+4$

$x \le 4$

Получили решение $0 < x \le 4$, наименьшее целое решение равно 1.

Ответ:1

B25. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\log_3(2x-3) \le \log_3(x+9).$$

Решение: ОДЗ $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x+9 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1,5 \\ x > -9 \end{cases} \Rightarrow x > 1,5$

Потенциируем:

$3^{\log_3(2x-3)} \le 3^{\log_3(x+9)}$

$2x-3 \le x+9$

$x \le 12$

Получили решение $1,5 < x \le 12$, наибольшее целое решение равно 12.

Ответ:12

B26. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$\log_{0,5}(3x) \ge \log_{0,5}(x+16).$$

Решение: ОДЗ $\begin{cases} 3x > 0 \\ x+16 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -16 \end{cases} \Rightarrow x > 0$

Потенциируем:

$$0,5^{\log_{0,5}(3x)} \ge 0,5^{\log_{0,5}(x+16)}$$

$$3x \le x+16$$

$$x \le 8$$

Получили решение $0 < x \le 8$, наименьшее целое решение равно 1.

Ответ:1

B27. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\log_{0,2}(4x-6) \ge \log_{0,2}(x+33).$$

Решение: ОДЗ $\begin{cases} 4x-6 > 0 \\ x+33 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1,5 \\ x > -33 \end{cases} \Rightarrow x > 1,5$

Потенциируем:

$$0,2^{\log_{0,2}(4x-6)} \le 0,2^{\log_{0,2}(x+33)}$$

$$4x-6 \le x+33$$

$$3x \le 39$$

$$x \le 13$$

Получили решение $1,5 < x \le 13$, наибольшее целое решение равно 13.

Ответ:13

B14. Вычислите: $2^{\log_{\sqrt{2}} 3}$.

Решение: Приведем логарифм к основанию 2 по свойству: $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$$2^{\log_{\sqrt{2}} 3} = 2^{\frac{\log_2 3}{\log_2 \sqrt{2}}} = 2^{\frac{\log_2 3}{\frac{1}{2}}} = 2^{2\log_2 3} = 2^{\log_2 3^2} = 3^2 = 9$$

Ответ:9

B15. Найдите значение выражения $10^{1-\lg 5}$.

Решение:

$$10^{1-\lg 5} = 10^{\lg 10 - \lg 5} = 10^{\lg\frac{10}{5}} = 10^{\lg 2} = 2$$

Ответ:2

B16. Укажите значение выражения $\left(\sqrt{6}\right)^{\frac{2}{\log_9 6}}$.

Решение:

Цель перейти в логарифме к основанию 6

$$\left(\sqrt{6}\right)^{\frac{2}{\log_9 6}} = \left(\sqrt{6}\right)^{\frac{2}{\left(\frac{\log_6 6}{\log_6 9}\right)}} = \left(\sqrt{6}\right)^{\frac{2}{\left(\frac{1}{\log_6 9}\right)}} = \left(\sqrt{6}\right)^{2\log_6 9} = 6^{\frac{1}{2}\cdot 2\log_6 9} = 9$$

Ответ:9

B17. Найдите значение выражения

$$\left(\log_5 36+\log_5 2-\log_5 8\right)\cdot\log_9\frac{1}{25}.$$

Решение:

$$\left(\log_5 36+\log_5 2-\log_5 8\right)\cdot\log_9\frac{1}{25}=\log_5\left(36\cdot\frac{2}{8}\right)\cdot\log_9\frac{1}{25}=\log_5 9\cdot\log_9\frac{1}{25}=\frac{\log_9 9}{\log_9 5}\cdot\log_9\frac{1}{25}=$$

$$=\frac{1}{\log_9 5}\cdot\log_9\frac{1}{25}=\frac{1}{\log_9 5}\cdot\left(\log_9 1-\log_9 25\right)=\frac{1}{\log_9 5}\cdot\left(0-\log_9 5^2\right)=\frac{1}{\log_9 5}\cdot\left(-2\log_9 5\right)=-2$$

Ответ:-2

B18. Найдите значение выражения

$$\log_3 12-\log_3 7\cdot\log_7 5\cdot\log_5 4.$$

Решение:

$$\log_3 12-\log_3 7\cdot\log_7 5\cdot\log_5 4=\log_3 3\cdot 4-\log_3 7\cdot\frac{\log_3 5}{\log_3 7}\cdot\log_5 4=\log_3 3+\log_3 4-\log_3 5\cdot\log_5 4=$$

$$=1+\log_3 4-\log_3 5\cdot\frac{\log_3 4}{\log_3 5}=1+\log_3 4-\log_3 4=1$$

Ответ:1

B19. Укажите значение выражения $\left(\frac{1}{3}\right)^{4\log_{\frac{1}{3}}2}$.

Решение:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{4\log_{\frac{1}{3}}2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}}2^4}=2^4=16$$

Ответ:16

B20. Укажите значение выражения $\log_8\log_4\log_2 16$.

Решение:

$$\log_8\log_4\log_2 16=\log_8\log_4\log_2 2^4=\log_8\log_4 4=\log_8 1=0$$

Ответ:0

B21. Укажите значение выражения $\log_2\frac{2}{3}+\log_4\frac{9}{4}$.

Решение:

$$\log_2\frac{2}{3}+\log_4\frac{9}{4}=\log_2 2-\log_2 3+\log_4 9-\log_4 4=1-\log_2 3+\log_4 9-1=-\log_2 3+\log_4 9=$$

$$=-\log_2 3+2\log_4 3=-\log_2 3+2\frac{\log_2 3}{\log_2 4}=-\log_2 3+2\frac{\log_2 3}{\log_2 2^2}=-\log_2 3+\log_2 3=0$$

Ответ:0

B22. Укажите значение выражения $\log_{0,5} 32 - \log_7 \frac{\sqrt{7}}{49}$.

Решение:

$$\log_{0,5} 32 + \log_7 \frac{\sqrt{7}}{49} = \log_{0,5}\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5}\right) + \log_7 7^{-\frac{3}{2}} = \log_{0,5} 1 - \log_{0,5}(0,5)^5 - \frac{3}{2} = 0 - 5 - \frac{3}{2} = -6,5$$

Ответ:-6,5

B23. Укажите значение выражения $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$.

Решение:

$$\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}} = \sqrt{25^{\frac{1}{\left(\frac{\log_5 5}{\log_5 6}\right)}} + 49^{\frac{1}{\left(\frac{\log_7 7}{\log_7 8}\right)}}} = \sqrt{5^{2\log_5 6} + 7^{2\log_7 8}} = \sqrt{5^{\log_5 36} + 7^{\log_7 64}} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

Ответ:10

B24. Укажите значение выражения

$$2^{\log_8 125} + \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}.$$

Решение:

$$2^{\log_8 125} + \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5} = 2^{\frac{\log_2 125}{\log_2 8}} + \log_2 \frac{1}{8} = 2^{\frac{\log_2 125}{\log_2 2^3}} + \log_2 2^{-3} = 2^{\frac{\log_2 125}{3}} - 3 = 2^{\log_2 125^{\frac{1}{3}}} - 3 = 2^{\log_2 5} - 3 = 5 - 3 = 2$$

Ответ:2

B25. Укажите значение выражения $\frac{\lg 128}{\lg 4}$.

Решение:

$$\frac{\lg 128}{\lg 4} = \frac{\lg 2^7}{\lg 2^2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

Ответ:3,5

B26. Укажите значение выражения $\log_6 \frac{36}{a}$, если $\log_6 a = -6$.

Решение:

$$\log_6 \frac{36}{a} = \log_6 36 - \log_6 a = \log_6 6^2 - \log_6 a = 2 - (-6) = 8$$

Ответ:8